Т. В. Полушина

Марийский государственный университет,

tvpolushina@inbox.ru

О СРАВНЕНИИ РАЗЛИЧНЫХ СПОСОБОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПОРОГОВ В ЗАДАЧЕ МНОГОКРАТНОГО НАИЛУЧШЕГО ВЫБОРА

Рассматривается задача многократного наилучшего выбора. Пусть имеется N объектов, упорядоченных по качеству: $a_1, a_2, \ldots, a_N$. Объекты поступают последовательно в случайном порядке так, что все возможные $N!$ перестановок равновероятны. После ознакомления с очередным объектом a_t его можно либо принять (тогда выбор одного объекта сделан), либо отвергнуть (тогда вернуться к пропущенному объекту невозможно). Требуется найти оптимальную процедуру, максимизирующую вероятность выбора k объектов с заданным качеством. Например, в классической постановке [1] необходимо выбрать k лучших объектов; в других постановках требуется выбрать k объектов с заданными рангами $r_1, r_2, \ldots, r_k$ [2].

Оптимальная стратегия в классической задаче многократного наилучшего выбора имеет вид: существует набор $\pi^* = (\pi_1^*, \pi_2^*, \ldots, \pi_k^*)$, $1 \leqslant \pi_1^* < \pi_2^* < \ldots < \pi_k^* \leqslant N$, такой, что:

— необходимо пропустить первые $\pi_1^* - 1$ объектов и затем остановиться на первом объекте, который лучше всех предыдущих, или на $(N-1)$-м объекте, если лучший объект не появился до момента $N-1$;

— во второй раз мы останавливаемся на первом объекте, который лучше, чем все предыдущие, или хуже, чем один (если просмотрены уже $\pi_2^* - 1$ объектов), в противном случае — на N-м объекте; и т. д. [1, 3].

Однако с помощью прямых вычислений методом индукции назад достаточно трудно определить наборы $\pi^* = (\pi_1^*, \pi_2^*, \ldots$ $\ldots, \pi_k^*)$, характеризующие структуру правила, и цену игры. Поэтому отыщем наборы, рассматривая некоторую задачу оптимизации. Более формальная постановка:

$$\max_{x \in \mathcal{X}} \mathbf{E}\widehat{S}(x, R),$$

где $\mathcal{X} = \{x = (x_1, \ldots, x_k) : 1 \leqslant x_1 < \cdots < x_k \leqslant N\}$, $R =$ $= (R_1, \ldots, R_N)$ — случайная перестановка $1, 2, \ldots, N$, $\widehat{S}(x)$ — несмещенная оценка $\mathbf{E}\widehat{S}(x, R)$,

$$\widehat{S}(x) = \frac{1}{N_1} \sum_{n=1}^{N_1} I\{R_{n\tau_1} = i_1, \ldots, R_{n\tau_k} = i_k\},$$

где $(R_{n1}, \ldots, R_{nN})$ — n-я копия случайной перестановки R, $(i_1, \ldots, i_k)$ — некоторая перестановка $1, 2, \ldots, k$.

В работе рассматривается несколько алгоритмов моделирования порогов. Для отыскания порогов в задаче многократного наилучшего выбора применялись генетический алгоритм [4], алгоритм байесовской оптимизации [5] и метод последовательной минимизации расстояния Кульбака – Лейблера [6]. Результаты показали, что генетический алгоритм является наиболее затратным с точки зрения вычислительных ресурсов. Алгоритм байесовской оптимизации и метод последовательной минимизации расстояния Кульбака – Лейблера дают близкие результаты, однако при больших N второй из указанных методов дает меньшую погрешность.

ЛИТЕРАТУРА

1. Николаев М. Л. *Оптимальные правила многократной остановки* //Обозр. прикл. и промышл. математики. – 1998. – Т. 5, Вып. 2. – С. 309-348.

2. Николаев М. Л., Софронов Г. Ю., Полушина Т. В. *Задача последовательного выбора нескольких объектов с заданными рангами* // Изв. вузов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки. – 2007. – Т. 4. – С. 11-15.

3. Софронов Г. Ю., Кроуз Д. П., Киф Д. М., Николаев М. Л. *Об одном способе моделирования порогов в задаче многократного наилучшего выбора* // Обозр. прикл. и промышл. математ. – 2006. — Т. 13, Вып. 6. – С. 975-983.

4. Goldberg D. *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning.* – Massachusetts: Addison-Wesley, 1989. – 414 p.

5. Larranaga P., Lozano J. *Estimation of distribution algorithm. A new tool for evolutionary computation.* – Basue: University of the Basue Country, 2002. – 416 p.

6. Rubinstein R., Kroese D. *The cross-entropy method.* – N. Y.: Springer-Verlag, 2004. – 318 p.

А. В. Решетников

Московский институт электронной техники,

reshetou@mail.ru

О СИЛЬНЫХ И СЛАБЫХ КОНГРУЭНЦИЯХ ЧАСТИЧНОГО ГРУППОИДА

Отображение $f : A \to B$ называется *частичной n-арной операцией* на множестве B, если $A \subseteq B^n$. Множество с одной частичной n-арной операцией называется *частичным n-арным группоидом.* Пусть G — частичный n-арный группоид. Отношение эквивалентности $\sigma \in G^2$ называется (слабой) *конгруэнцией*, если для любых элементов $a_1, \ldots, a_n, b_1, \ldots, b_n \in$ $\in G$ из того, что $(a_1, b_1) \in \sigma, \ldots, (a_n, b_n) \in \sigma$, следует, что